

$$W(x) = \int_0^x w(u) du,$$

式中

$$0 \leq w(x) \leq 1,$$

$$W(0) = 0,$$

$$W(\infty) = 1,$$

在大多数情况下，用公式法表示粒度分布只在作理论研究时才用。

在理论分布中，有一个著名的 Rosin-Rammler公式，

$$W(x) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{x}{D_e}\right)^N\right],$$

式中， D_e 是与 x_{50} （中位径）成正比的常数， N 则决定粒度分布的范围， N 越大，粒度分布范围越窄，表示样品中颗粒分布的均匀性越好。Rosin-Rammler公式给出的粒度分布，是单峰的分布。图4是 $D_e=30\text{mm}$ ， $N=3.5$ 时的粒度分布曲线。研究认为，大部分单一材料构成的固体，经机械方法粉碎后，其粒度分布满足该公式。

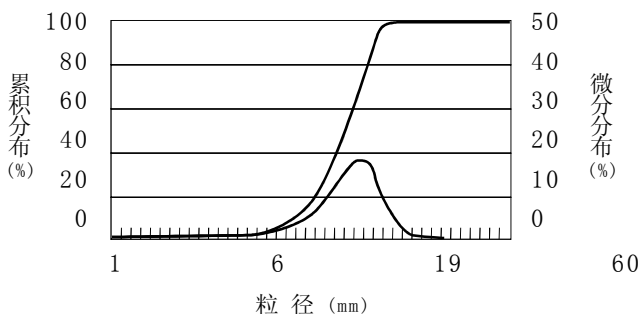


图4 Rosin-Rammler 粒度分布曲线示例

§ 4 粉体粒度的简约表征——特征粒径

粒度分布可以比较完整、详尽地描述一个粉体样品的粒度大小，但是由于它太详尽，数据量较大，因而不能一目了然。在大多数实际应用场合，只要确定了样品的平均粒度和粒度分布范围，样品的粒度情况也就大体确定了。

我们把用来描述平均粒度和粒度分布范围的参数叫做特征粒径。

§ 4.1 平均粒径

平均粒径 $\bar{x}(p, q)$ 的一般定义如下：

$$\bar{x}(p, q) = \left(\sum_{i=1}^m n_i \bar{x}_i^p \right) / \left(\sum_{i=1}^m n_i \bar{x}_i^q \right)$$

式中， $n_1, n_2, \dots, n_m$ 表示粒度的颗粒个数分布， $\bar{x}_i = \sqrt[q]{x_{i-1} x_i}$ ，代表第 i 粒径区间上颗粒的平均粒径。

(a) 体积(重量)平均直径 $\bar{x}(4, 3)$

当 $p=4, q=3$ 时，

$$\bar{x}(p, q) = \bar{x}(4, 3) = \left(\sum_{i=1}^m n_i \bar{x}_i^3 \cdot \bar{x}_i \right) / \left(\sum_{i=1}^m n_i \bar{x}_i^3 \right)$$

由于 $n_i \bar{x}_i^3$ 正比于 i 粒径区间上颗粒的总体积(重量)，所以 $\bar{x}(4, 3)$ 表示粒径对体积(重量)的加权平均，称为体积平均粒径或重量平均粒径。

(b) 颗粒数平均粒径 $\bar{x}(1, 0)$

当 $p=1, q=0$ 时，

$$\bar{x}(p, q) = \bar{x}(1, 0) = \left(\sum_{i=1}^m n_i \bar{x}_i \right) / \left(\sum_{i=1}^m n_i \right)$$

表示粒径对颗粒个数的加权平均，称为颗粒数平均粒径。

(c) 表面积平均粒径 $\bar{x}(3, 2)$

当 $p=3, q=2$ 时，

$$\begin{aligned} \bar{x}(p, q) &= \bar{x}(3, 2) = \left(\sum_{i=1}^m n_i \bar{x}_i^2 \cdot \bar{x}_i \right) / \left(\sum_{i=1}^m n_i \bar{x}_i^2 \right) \\ &= 1 / \left(\sum_{i=1}^m \frac{1}{\bar{x}_i} w_i \right) \end{aligned}$$

由于 $n_i \bar{x}_i^2$ 正比于第 i 粒径区间上颗粒的表面积，故 $\bar{x}(3, 2)$ 表示粒径对表面积的平均粒径，称为

表面积平均粒径，又称为索太尔(Sauter)平均粒径。

§ 4.2 中位径

中位径记作 x_{50} ，表示样品中小于它和大于它的颗粒各占50% (参考图5)。可以认为 x_{50} 是平均粒径的另一种表示形式。在大多数情况下， x_{50} 与 $x(4, 3)$ 很接近。只有当样品的粒度分布出现严重的不对称时， x_{50} 与 $x(4, 3)$ 才表现出显著的不一致。

§ 4.3 边界粒径

边界粒径用来表示样品粒度分布的范围，由一对特征粒径组成，例如： (x_{10}, x_{90}) 、 (x_{16}, x_{84}) 、 (x_3, x_{94}) 等等。

为便于阐明其物理意义，先假定粒度分布是重量分布，并且累积方向是从小到大的。这时 x_y 就表示粉体样品中，粒径小于 x_y 的颗粒重量占总重量的 $y\%$ (见图5)。一对边界粒径大体上概括了样品的粒度分布范围。以 (x_{10}, x_{90}) 为例，表示小于 x_{10} 的颗粒占颗粒总数的10%，大于 x_{90} 的颗粒也占颗粒总数的10% (=100% - 90%)，即80%的颗粒分布在区间 $[x_{10}, x_{90}]$ 内。

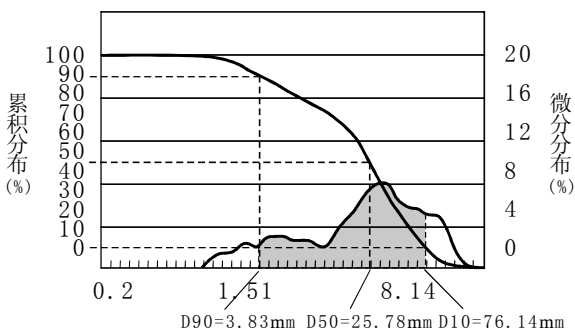


图5 中位径和边界粒径的物理含义

有的仪器用户希望用最大颗粒描述样品粒度分布的上限，实际上这是不科学的。从统计理论上说，任何一个样品的粒度分布范围都可能小到无限小，大到无限大，因此我们一般不能用最小颗粒和最大颗粒来代表样品粒度的下、上限，而是用一对边界粒径来表示下、上限。

§ 4.4 粒度分布的离散度

离散度用来描述粒度分布的相对宽度或不均匀程度，定义为

离散度 = 分布宽度 / 平均粒度。

如果用 x_{50} 代表平均粒径，那么就用 $(x_{90}-x_{10})$ 代表粒度分布范围。如果用 $x(p, q)$ (即体积平均粒径、个数平均粒径、或表面积平均粒径) 代表平均粒径，那么就用统计学上的标准偏差来表示分布宽度。

$$S(p, q) = \left[\frac{\sum_{i=1}^n (\xi_i - \xi(p, q))^2 \xi_i^0 v_i}{\sum_{i=1}^n \xi_i^0 v_i} \right]^{1/2}$$

离散度在有的仪器的测试报告中又称变异系数。

§ 4.5 比表面积

粉体样品的比表面积(SSA)是指单位重量(体积)的样品中所有颗粒的表面积之和。

当样品颗粒是圆球形时，只要我们测出粒度分布，就可以计算出样品的体积比表面积。对直径为 x_i 的颗粒，其表面为 πx_i^2 ，体积为 $\pi x_i^3/6$ ，当样品的颗粒数分布为 $n_1, n_2, \dots, n_m$ 时，样品颗粒的表面积之和为：

$$S = \sum_{i=1}^m n_i \pi \bar{x}_i^2$$

总体积为：

$$V = \sum_{i=1}^m n_i \bar{x}_i^3 / 6$$

比表面积为：

$$\begin{aligned} SSA &= S/V \\ &= 6 \sum_{i=1}^m \bar{x}_i^2 n_i \bar{x}_i / (\sum_{i=1}^m n_i \bar{x}_i^3) \\ &= 6 \sum_{i=1}^m \bar{w}_i / \bar{x}_i \\ &= 6 / [D(3, 2)] \end{aligned}$$

其中 $\bar{w}_i = n_i \bar{x}_i^3$, $i=1, 2, \dots, m$; 表示样品粒度的重量分布, 并有

$$\sum_{i=1}^m \bar{w}_i = 1$$

上面求得的比表面积是体积比表面积, 如果需要重量比表面积, 则需用上述值除以样品的真密度, 即

$$SSA = 6/\rho [D(3, 2)]$$

上面的讨论表明, 比表面积与表面积平均径 $D(3, 2)$ 成反比, 即粒径越小, 比表面积越大。

该式是在颗粒为圆球形的假定下得到的。如果颗粒为非球形, 则比表面积应为

$$SSA = K/\rho [D(3, 2)]$$

K称为形状系数, 当颗粒为理想球形时, $K=6$ 。几何学告诉我们, 在相同的体积下, 圆球形物体的表面积最小。所以

$$K \geq 6。$$

可见只要形状系数确定, 比表面积由表面积平均径决定。由于表面积平均径是粒度分布的导出量, 所以比表面积也是粒度分布的导出量。在实际测量中, K可以通过实验方法获得。

§ 5 激光粒度仪原理和性能特点

激光粒度仪集成了激光技术、现代光电技术、电子技术、精密机械和计算机技术, 具有测量速度快、动态范围大、操作简便、重复性好等优点, 现已成为全世界最流行的粒度测试仪器。另外, 其原理——光散射理论及光能数据分析算法等都比较复杂, 因此, 本文专辟一节讨论该仪器的原理和性能特点。

§ 5.1 激光粒度分析仪的光学理论

§ 5.1.1 光的散射(衍射)现象

光在行进过程中遇到颗粒(障碍物)时, 将有一部分偏离原来的传播方向, 这种现象称为光的散射或者衍射。颗粒尺寸越小, 散射角越大; 颗粒尺寸越大, 散射角越小(参见图6)。激光粒度仪就是根据光的散射现象测量颗粒大小的。

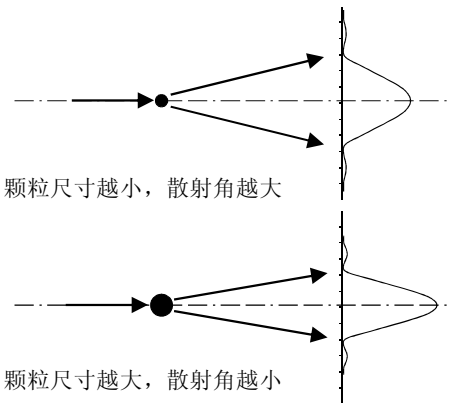


图6 光的散射现象示意图

众所周知, 光是一种电磁波。散射现象的物理本质是电磁波和物质的相互作用。传统上, 当颗粒大于光波长时, 这种现象称为“衍射”; 当颗粒小于光波长时, 称为“散射”。为了便于以后叙述, 在此特别说明: 散射和衍射对应于同样的物理现象和物理本质, 本文一般都称“散射”。在涉及光学理论时, “散射”是指