

论文 四、五

棒状和片状颗粒在激光粒度仪中的等效粒径(一)、(二)

内 容 简 介

任何粒度测试设备测得的非球形颗粒的粒径都是等效粒径。棒状和片状颗粒是两种比较典型的非球形颗粒，本文研究这两种颗粒在激光粒度仪中的等效粒径。论文四——立论和计算模型，是本文的第一部分，主要介绍激光粒度测量系统，棒状和片状颗粒光散射问题的近似处理方法，以及相应的数学推导。论文五是本文的第二部分——有关结论，该部分结合激光粒度仪的光能数据分析方法，用模拟计算的方法推算出各种径厚比的片状颗粒和各种长径比的棒状颗粒的等效粒径(分布)，从中分析、总结出如下结论：

(1) 一个非球形颗粒在激光粒度仪“看来”既不等效于等体积的球形颗粒，也不等效于其它的某种单一直径的球形颗粒，而是一系列大小不同的球形颗粒的组合（粒度分布），因此激光粒度仪测得的非球形颗粒的粒度分布势必比实际分布有所展宽。

(2) 棒状颗粒的长度和直径分别决定了等效粒度分布范围的上限和下限。片状颗粒的直径则决定了等效粒度的平均粒径（中位径），厚度只影响分布宽度，而不影响平均粒径。此为本文最重要的发现。

(3) 棒状（ $h \geq 2d$ 时）和片状颗粒的等效重量大于其实际重量，并且偏离球形越远，大得越显著。这种情况对片状颗粒尤为严重。因此当同一粉末样品中含有各种形貌的颗粒时，偏离球形越远的颗粒，其占总重量的比率越被夸大。

棒状和片状颗粒在激光粒度仪中的等效粒径(二)——有关结论

张福根 (珠海欧美克仪器有限公司 广东 珠海)

程 路 (南开大学物理系)

关键词: 激光粒度仪 非球形颗粒 等效粒径

1. 引 言

本文上篇^[1]已经提出了一套完整的计算棒状和片状颗粒散射光能分布的方法。通过数值计算就可得到各种大小和形状(含棒状、片状和球形)颗粒的光能分布。本篇将仿照激光粒度仪中根据光能分布推算对应的(球形)粒度分布的方法,研究棒状和片状颗粒的形貌参数与等效粒度(分布)之间的关系。

2. 激光粒度仪是如何由实测光能分布推算粒度分布的?

在激光粒度仪中,仪器测得待测颗粒的散射光能分布(用数组 $E_1, E_2, \dots, E_m$ 表示)后,就用所有可能的各种粒径的球形颗粒的组合产生的光能分布去拟合,选出其中拟合误差最小的一种组合,作为待测样品的粒度分布。设总共用 n 种粒径 $D_1, D_2, \dots, D_n$ 作为代表,各种粒径颗粒的重量分别为 $W_1, W_2, \dots, W_n$,总重量为

$$W = \sum_{i=1}^n W_i \tag{1}$$

设每单位重量直径为 D_i 的球形颗粒散射的光能分布为 $e_{1i}, e_{2i}, \dots, e_{mi}$ 则总的光能分布的理论值为

$$E'_j = \sum_{i=1}^n e_{ji} W_i$$

$j = 1, 2, \dots, m$ 。现定义一个误差函数

$$f_E(W_1, W_2, \dots, W_n) = \sum_{j=1}^m (E_j - E'_j)^2$$

求出使该函数最小的一组 $(W_1, W_2, \dots, W_n)$,即为被测样品粒度分布的测量值,通常用相对重量表示粒度分布,即

$$W_i = W_i / W \tag{2}$$

相应的 f_E 的平方根称为拟合误差,记作 E_r 。通常用相对拟合误差表示拟合的好坏,定义为

$$e_r = E_r \sum_{i=1}^m E_i \tag{3}$$

3. 结论一: 一个非球形颗粒等效于大小不同的一系列球形颗粒的组合

先选择一个长度30mm,直径6mm的棒状颗粒和一个直径30mm,厚度6mm的片状颗粒作为例子,按照上篇之公式计算其散射光能分布。这两种颗粒的外形示于图1。它们随机取向产生的散射光能分布的平均值分别如图2(a)、(b)中实线所示。

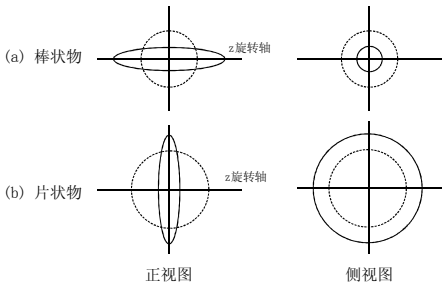


图1 两种旋转椭球的几何外形

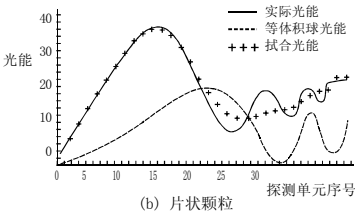
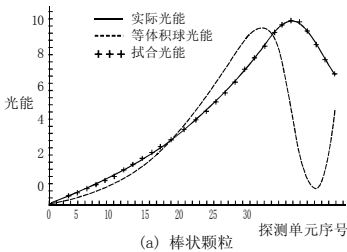


图2 散射光能分布

很容易算出，上述两种颗粒的等体积球直径分别为10.26mm和17.54mm。（见图1虚线所示图形）。这两种球体产生的散射光能分别示于图2(a)、(b) (用虚线表示)。显而易见,非球形颗粒作无规取向时产生的散射光能分布的平均值与相应的等体积球形颗粒产生的光能分布之间有著显著差别。想当然地认为二者相当，是不正确的。

现在将上述光能分布作为仪器测到的光能分布，仿照上一节的方法推算粒度分布(以下称等效粒度分布)。结果示于图3(a)和(b)。在此将粒径范围2.84 ~ 52.57mm分为16段:每段的平均粒径及等效粒度分布数列于表1。

表1 粒度分布数值

粒径段序号	1	2	3	4	5	6	7	8
平均粒径(mm)	3.11	3.73	4.48	5.38	6.46	7.75	9.30	11.16
重量微分分布(%)	棒状	0	3.5	4.6	5.9	7.3	17.8	10.3
	片状	2.0	0	0	0.1	0.1	0.3	0.3

粒径段序号	9	10	11	12	13	14	15	16
平均粒径(mm)	13.39	16.07	19.29	23.14	27.77	33.33	40.00	48.00
重量微分分布(%)	棒状	5.8	11.4	9.6	6.9	6.0	1.8	0.5
	片状	0	4.6	8.8	18.8	31.4	23.8	9.1

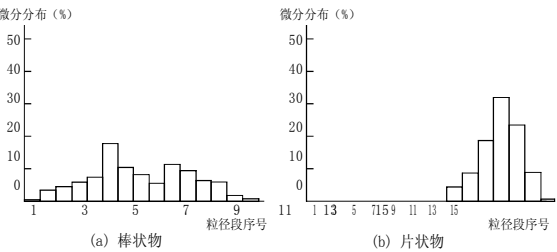


图3 等效粒径分布

与该粒度分布对应的光能分布如图 2(a)、(b) 中的“+”符连成的曲线。显然颗粒组合的光能分布远比等体积球更接近于“测得”的光能分布。相对拟合误差(见(3)式)能定量反映接近的程度。对球体组合而言，

棒状： $e_r = 0.30\%$ ，

片状： $e_r = 2.03\%$ 。

对等体积球则分别为

棒状： $e_r = 10.3\%$ ，

片状： $e_r = 12.1\%$ 。

以上结果表明，棒状和片状颗粒的大小，在激光粒度仪“看来”决不等于它们的等体积球的直径，也不等于其他的某个单球体的直径，而是一系列不同直径球体按一定比例的组合。这结论可以定性推广到一般的非球形颗粒，即非球形颗粒用激光粒度仪测量时，测得的粒度分布比实际分布有所展宽。

4. 等效粒度分布与颗粒形貌参数之关系

4.1 棒状颗粒

为方便起见，在此采用归一化的累积分布表示等效粒径分布，即

$$a_i = \sum_{j=1}^i w_j$$

其中， $i = 1, 2, \dots, 16$ 。显然， $a_{16} = 1$ 。

先保持颗粒长度30mm不变，直径分别取5，6，10，15，可得到一簇相应的粒度分布曲线。见图4(a)。这簇曲线有一个束腰，大约在累积百分比89%处。对应于上述累积百分比的粒径(D_{89})分别为23.61，23.83，24.76和24.31。平均值24.12mm，相对标准偏差2.1%。可见在长度不变时， D_{89} 基本上不随颗粒直径变化。

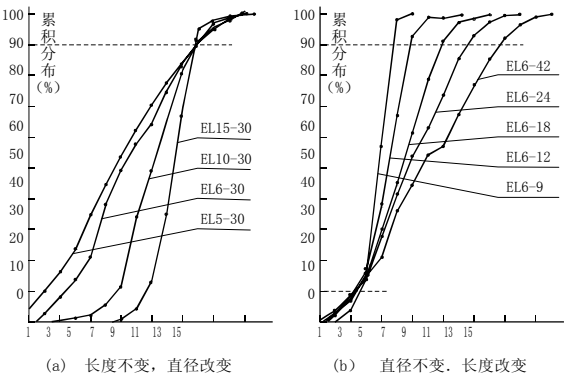


图4 棒状颗粒的累积等效粒度分布

再保持颗粒直径6mm不变，长度分别取 9，12，18，24，42mm， 相应的累积分布曲线示于图4(b)。这簇曲线在10.5%处有一束腰， $D_{10.5}$ 分别为5.41，5.23，5.06，5.41，5.21, 平均值 5.27, 相对标准偏差2.85%。因此，当直径不变时 $D_{10.5}$ 基本不随长度变化。在颗粒测试中，通常用 D_{90} 和 D_{10} 分别表示粒度分布的上限和下限。以上结果表明，棒状颗粒的长度和直径大体上决定了等效粒度分布的上限和下限。

4.2 片状颗粒

片状颗粒可用直径和厚度两个参数表示其形状。图5(a)表示直径为30mm, 厚度依次为3，6，10， 15和20mm时的累积粒度分布曲线。该曲线簇的束腰在49.2%处， $D_{49.2}$ 分别为27.91，27.45，27.51，27.51和27.91，平均值27.66, 相对标准偏差0.84%。可认为基本不变。

实际上上述颗粒的等效粒径分布的体积(重量)平均粒径分别为28.31，27.54，27.42，27.53, 28.17; 平均值27.79。相对标准偏差1.49%，亦基本不变。由此得出一个出人意料的结论：片状颗粒的等效平均直径(或很接近中位径的 $D_{49.2}$)只取决于颗粒的实际直径，而与颗粒的厚度基本无关。厚度变化只引起等效粒度分布宽度的变化(见图5(a))。

图 5(b) 则表示厚度 4mm 保持不变，直径分别取 8，12，20，30 mm 时的等效累积粒度分布曲线。这簇曲线不存在一个明显的束腰，因此也没有一个不变的特征粒径。

数值计算还表明，直径改变时， $D_{49.2}$ 及等效平均粒径与直径的比值基本不变(见表2)。

表2 平均粒径及 $D_{49.2}$ 与实际直径的比值

实际直径	8	12	20	30	平均
$D_{49.2}$	7.44	10.95	18.29	27.66	
比 值	0.93	0.913	0.915	0.922	0.920
平均粒径	7.35	10.88	18.11	27.26	
比 值	0.919	1.907	0.905	0.909	0.910

至此我们可以进一步作出结论：片状颗粒的等效平均粒径（或 $D_{49.2}$ ）是实际直径的 0.91(或0.92) 倍，与颗粒厚度无关。

5. 关于等效重量

设椭球形颗粒的直径为d，厚度(或长度)为h，则该颗粒的实际重量为 $W_0 = \pi d^2 h / 6$ 。激光粒度仪根据最小光能误差原则，求出等效粒径分布($W_1, W_2, \dots, W_n$)后，可用(1)式求得总重量, 称为等效重量。我们将等效重量与实际重量之比称为重量系数， $g = W / W_0$ 。g 大于1表示等效重量大于实际重量，反之表示小于或等于实际重量。通过数值计算我们发现，在径厚比d/h(或长径比h/d)不变的情况下，重量系数是个常数，与颗粒的绝对尺寸无关。表3 列出了径厚比为5 的各种大小的片状颗粒的重量系数。

表3 各种大小颗粒的重量系数 (径厚比d / h = 5)

直 径 d (mm)	10	15	25	30
厚 度 h (mm)	2	3	5	6
等效重量 (体积)	607.8	2046.4	9379.0	16130.9
实际重量 (体积)	200	675	3125	5400
重量系数	3.094	3.032	3.001	2.99

注：表中重量未乘系数 $\pi/6$

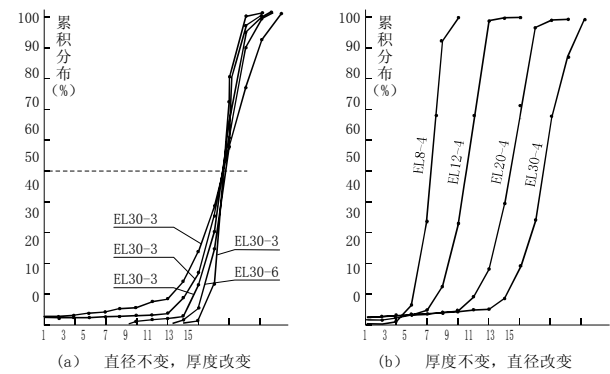


图5 片状颗粒的累积等效粒度分布

表4 片状颗粒的重量系数随径厚比的变化

径厚比 (d/h)	1.5	2	3	4	5	6	7	8	9	10
重量系数	1.16	1.47	1.87	2.43	3.02	3.68	4.36	5.02	5.68	6.35

表4给出了片状颗粒的重量系数随径厚比的变化。该表说明，对片状颗粒而言，等效重量总是大于实际重量，并且大的程度随径厚比的增大而增大。例如当径厚比为5时，重量系数为3.02。即实际为1个单位重量的颗粒在激光粒度仪看来相当于3.02个单位重量的粒子。这种现象可以解释为在同样重量下片状颗粒对光的(平均)有效散射截面大于等体积的球形颗粒所致。

表5 棒状颗粒的重量系数随长径比的变化

长径比 (h/d)	1.1	1.2	1.3	1.5	2	3	4	5	6
重量系数	0.994	0.814	0.949	0.959	1.04	1.05	1.12	1.20	1.27

表5则给出了棒状颗粒的重量系数随长径比的变化。该表说明，当长径比大于2时，等效重量也总是大于实际重量，大的程度也随长径比的增加而增加，不过远不如片状颗粒增加得快。在长径比1~2的范围内，等效重量微弱地小于实际重量，即在这一范围内棒状颗粒对光的(平均)有效散射截面小于等体积的球形颗粒的散射截面。

我们感兴趣的重量分布大多为相对分布(见(2)式)，所以，如果样品中所有颗粒对球形的偏离程度都相同，那么重量系数对各种粒径的颗粒都一样，因此并不影响最终测量结果。但是，如果同一样品中各颗粒的形貌各不相同，对越扁(对片状)或越细长(对棒状)的颗粒，其相对比重就越被夸大。

本文上篇主要阐述棒状和片状颗粒散射光能分布的计算方法，其要点如下：

- (1)用旋转椭球的两种极端情况($h \gg d$ 和 $h \ll d$)近似代表棒状和片状颗粒。
- (2)将散射光场分解成几何光学散射和夫琅和费衍射两个部分。
- (3)用光线追迹的方法计算几何散射光能分布。

下篇在计算了多种形貌参数的颗粒的散射光能分布的基础上，仿照激光粒度仪根据光能分布的测量值推算粒度分布的方法，以上述非球形颗粒的光能分布作为“测量值”，拟合等效粒度分布。得出以下结论：

- (1)一个非球形颗粒在激光粒度仪“看来”既不等效于等体积的球形颗粒，也不等效于其它的某种单一直径的球形颗粒，而是一系列大小不同的球形颗粒的组合(粒度分布)，因此激光粒度仪测得的非球形颗粒的粒度分布势必比实际分布有所展宽。
- (2)棒状颗粒的长度和直径分别决定了等效粒度分布范围的上限和下限。片状颗粒的直径则决定了等效粒度的平均粒径(中位径)，厚度只影响分布宽度，而不影响平均粒径。此为本文最重要的发现。
- (3)棒状($h \geq 2d$)和片状颗粒的等效重量大于其实际重量，并且偏离球形越远，大得越显著。这种情况对片状颗粒尤为严重。因此当同一粉末样品中含有各种形貌的颗粒时，偏离球形越远的颗粒，其占总重量的比率越被夸大。

参考文献

[1] 张福根、程路，棒状和片状颗粒在激光粒度仪中的等效粒度(一)——立论和计算模型，本论文集

6. 总结

本文旨在研究比较典型的非球形颗粒——棒状和片状颗粒在激光粒度仪中的等效粒径。其主要难点在于计算三维的非球形颗粒的散射光场。